

Contoh 1 :

1. Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(0, 0)$ dengan jari – jari $r = 3$
2. Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(0, 0)$ dengan jari – jari $r = 6$
3. Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(0, 0)$ dengan jari – jari $r = 9$

Jawab :

1. Persamaan Umum lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$
Jika $r = 3$ maka ;
Persamaan lingkarannya adalah :
 $x^2 + y^2 = 3^2$
 $x^2 + y^2 = 9$
2. Persamaan Umum lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$
Jika $r = 6$ maka ;
Persamaan lingkarannya adalah :
 $x^2 + y^2 = 6^2$
 $x^2 + y^2 = 36$
3. Persamaan Umum lingkaran $x^2 + y^2 = r^2$
Jika $r = 9$ maka ;
Persamaan lingkarannya adalah :
 $x^2 + y^2 = 9^2$
 $x^2 + y^2 = 81$

Contoh 2 :

1. Tentukan pusat dan jari –jari lingkaran persamaan $x^2 + y^2 = 25$
2. Tentukan pusat dan jari –jari lingkaran persamaan $x^2 + y^2 = 100$
3. Tentukan pusat dan jari –jari lingkaran persamaan $x^2 + y^2 = 144$
4. Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(0, 0)$ dan melalui titik $(3, 5)$
5. Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik $(0, 0)$ dan melalui titik $(-4, 7)$

Jawab :

1. Diketahui persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = 25$
Jika persamaan umum $x^2 + y^2 = r^2$ maka, pusat $(0,0)$ dan jari – jarinya adalah $r^2 = 25 \Rightarrow r = 5$
2. Diketahui persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = 100$
Jika persamaan umum $x^2 + y^2 = r^2$ maka, pusat $(0,0)$ dan jari – jarinya adalah $r^2 = 100 \Rightarrow r = 10$
3. Diketahui persamaan lingkaran $x^2 + y^2 = 144$
Jika persamaan umum $x^2 + y^2 = r^2$ maka, pusat $(0,0)$ dan jari – jarinya adalah $r^2 = 144 \Rightarrow r = 12$

4. $x^2 + y^2 = r^2$ dan melalui titik (3, 5) berarti :
 $3^2 + 5^2 = r^2 \Rightarrow 9 + 25 = r^2 \Rightarrow r^2 = 34$
Maka, persamaannya adalah $x^2 + y^2 = 34$

5. $x^2 + y^2 = r^2$ dan melalui titik (3, 5) berarti :
 $(-4)^2 + 7^2 = r^2 \Rightarrow 16 + 49 = r^2 \Rightarrow r^2 = 65$
Maka, persamaannya adalah $x^2 + y^2 = 65$

Contoh 3 :

1. Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik (2, 5) dan berjari jari – jari 6.
2. Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat di titik (-2, 3) dan melalui titik (2, 1)
3. Tentukan kedudukan titik (3, -1) dari persamaan lingkaran $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 144$ apakah terletak pada lingkaran, di dalam, atau di luar lingkaran ?

Jawab ;

1. $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ dengan pusat lingkaran tersebut di titik (2, 5) dan berjari jari – jari 6, berarti $a = 2$, $b = 5$ dan $r = 6$ maka :

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 36$$

2. $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ dengan pusat lingkaran tersebut di titik (-2, 3) dan melalui titik (2, 1) berarti $a = -2$, $b = 3$, $x = 2$, $y = 1$ maka :

$$(2 + 2)^2 + (1 - 3)^2 = r^2$$

$$(4)^2 + (-2)^2 = r^2$$

$$20 = r^2$$

Jadi ,persamaan lingkaran yang berpusat di titik (-2, 3) dan melalui titik (2, 1) adalah $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 20$

3. Diketahui :

$$r^2 = 25$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$(p - a)^2 + (q - b)^2 = r^2$$

$$(3 + 3)^2 + (-1 - 2)^2 = r^2$$

$$81 + 9 = r^2$$

$100 < 144$, Jadi titik (3,4) berada di dalam lingkaran

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$$

Contoh 4 :

1. Tentukan pusat dan jari – jari lingkaran yang persamaannya ;

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y - 39 = 0$$

2. Tentukan pusat dan jari – jari lingkaran yang persamaannya

$$2x^2 + 2y^2 - 8x + 16y + 30 = 0 !$$

Jawab :

1. $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 39 = 0$, Jadi $A = -6$, $B = -8$, $C = -39$, maka

$$\begin{aligned}\text{Pusat lingkaran} &= \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B \right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}(-6), -\frac{1}{2}(-8) \right) \\ &= (3, 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jari-jari lingkaran : } r &= \sqrt{\left(\frac{1}{2}A\right)^2 + \left(\frac{1}{2}B\right)^2 - C} \\ r &= \sqrt{\left(\frac{1}{2}(-6)\right)^2 + \left(\frac{1}{2}(-8)\right)^2 - 39} \\ r &= \sqrt{64} \\ r &= 8\end{aligned}$$

2. $2x^2 + 2y^2 - 8x + 16y + 30 = 0$
 $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 15 = 0$, Jadi $A = -4$, $B = 8$, $C = 15$

$$\begin{aligned}\text{Pusat lingkaran} &= \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B \right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}(-4), -\frac{1}{2}(8) \right) \\ &= (2, -4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jari-jari lingkaran : } r &= \sqrt{\left(\frac{1}{2}A\right)^2 + \left(\frac{1}{2}B\right)^2 - C} \\ r &= \sqrt{\left(\frac{1}{2}(-4)\right)^2 + \left(\frac{1}{2}(8)\right)^2 - 15} \\ r &= \sqrt{5}\end{aligned}$$

Latihan 1

Tentukan persamaan lingkaran yang berpusat dan jari-jarinya diketahui